Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Enero-Abril 2009

Nombre: ____________________

Carnet: ____________ Sección: ______

MA-3111—Primer Parcial, modelo 28-2-2009, 35 %— 9:30 a.m.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$u^{(k)}_{gen}(x)$	$z^k U(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$\longrightarrow$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	z^k
$\delta^{(k)}(x-a)$	$z^k e^{-az}$
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$

$\longrightarrow$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\operatorname{sen}(ax)$	$\frac{a}{z^2+a^2}$
$H(x)\cos(ax)$	$\frac{z}{z^2+a^2}$
$H(x)\operatorname{senh}(ax)$	$\frac{a}{z^2-a^2}$
$H(x)\cosh(ax)$	$\frac{z}{z^2-a^2}$

---

1. Resuelva el siguiente problema usando transformadas de Lapalace

$$y''(x) + 4y(x) = e^{-2t}\cos(t) + 1$$
$$y(0) = 0 \qquad y'(0) = 1$$

Solución

2. (8 puntos) ¿Cuáles son los posibles valores de α y β para que $\lim_{t\to\infty}(f * g)(t) = 0$, donde f y g están dadas por $f(t) = H(t)e^{\alpha t}$ y $g(t) = H(t)e^{\beta t}$?

   Solución

3. Calcule la transformada de Laplace inversa de

$$U(z) = \frac{70z - 63z^2 + 19z^3 - 2z^4}{36 - 33z + 10z^2 - z^3}$$

Solución

MA-3111- 9:30 a.m.

4. Sea la función 2π-periódica, dada en $(-\pi, \pi)$ por $f(x) = x(\pi - x)(\pi + x)$
   a) Grafique la función en $(0, 2\pi)$
   b) Calcule los coeficientes b_n de la serie de Fourier $f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(nx)$

   $$b_n =$$

   c) (2 ptos.) Estudiando la convergencia de la serie en $x = \pi/2$ halle la suma de la serie

   $$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3} =$$

   d) (3 ptos.) Aplicando el teorema de Parseval calcule la suma

   $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^6} =$$

   Solución